

21世紀COE拠点リーダー 鈴木 厚人 殿

平成16年度COE特別研究奨励費研究計画調書

(ふりがな) 氏名	すずきともゆき 鈴木友之	所 属 数学専攻	資 格 COEフェロー・博士(4年・3年・2年・ <input checked="" type="radio"/> 年)
研究課題	40文字以内で記入すること。 Navier-Stokes方程式の弱解の正則性と圧力の関係に関する研究		
研究指導者	職名 教授	氏名 小薗英雄	15年度奨励費採択の有無 <input checked="" type="radio"/> 有 <input type="radio"/> 無

研究目的	募集要領の趣旨に沿った目的を箇条書きで具体的に記入すること。
<p>申請者は流体力学の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式の研究を行う。Navier-Stokes 方程式の弱解の正則性の問題は現在も未解決である。そこで申請者はこれに関して、次の問題を考える。</p> <p>1. 弱解の正則性を示すためには圧力項に対してどのような条件が必要になるか。</p> <p>Navier-Stokes 方程式において未知関数は速度場と圧力である。Navier-Stokes 方程式の解の解析が困難である理由として、方程式が非線形であることに加え圧力項の存在が大きく影響している。これまででは、速度場に対する仮定の下で速度場の正則性を導くという研究が盛んに行われていた。しかし流体力学の応用上、圧力だけが与えられた唯一の情報であるという場合があり圧力項に対する仮定の下で考える事も重要である。</p> <p>2. 圧力のエネルギーの集中が少ない点で弱解の正則性を示す事ができるか。</p> <p>これまででは、速度場の微分のエネルギー、即ちエンストロフィーの集中が少ない点において弱解の正則性を得られるという結果が知られている。これを、圧力項だけの量で表現できるかという事を考えたい。</p> <p>これらの研究により弱解の正則性を得る上で圧力項が果たす役割を解明できると考える。</p>	

研究計画	研究経費との関連も含めて、何をどこまで明らかにしようとするかがわかるように焦点を絞り、箇条書きで記入すること。 また、設備備品費又は旅費が90%を超える場合は、研究計画の特殊性ないし特殊事情について記入すること。
------	---

研究目的で挙げた問題についてそれぞれの研究計画を述べる。

#### ・1 の問題に関して

この問題は申請者が修士論文で取り組んだ問題であるが、最終的な目標としては圧力項がスケール不变な空間に属していれば弱解の正則性を得る事ができるというものである。しかし、現在申請者はここまで到達しておらず部分的な結果に留まっている。これは、Navier-Stokes 方程式において圧力項の時間発展を解析する事が著しく困難であることと密接な関係がある。従って、従来用いられた方法により肯定的な答えが得られるとは期待できず、何か別の方法が必要であると考えられる。方法論的なものは数学的な事であるが物理的な考察や、数値実験の結果からの予測などは非常に示唆的でありかつ興味深い。これらの事は、数学の専門的知識のみならず、数理物理関係の書籍などから多く得られるものである。

#### ・2 の問題に関して

この問題に関して今まで肯定的な結果が得られていないのは、前述の様に圧力項に起因する難しさとの関係は深いと考えている。それは、速度場に対する条件の下での結果を得る際に用いられた方法を適用しようとすると、本質的には1で述べた問題と同じ問題に直面するからである。エネルギーの集中と解の正則性の研究は、 $\epsilon$ -正則性と呼ばれ調和写像の方程式や Yang-Mills 方程式などにも広く応用されている。従って、この問題に取り組む事により Navier-Stokes 方程式のみならず他の非線形偏微分方程式にも応用できるだろうと考えている。

#### 研究経費との関連について

数学は学問の性質上、発表をしたり講演を聴き様々な研究者との討論や接触をする事が非常に重要である。それにより自分が抱えている問題が明確になり、解決への糸口が見つかる事も少なくない。流体力学や Navier-Stokes に関する研究集会は北海道や関西、特に京都で多く催されているため研究費に占める旅費の割合が高くなってしまう。また、研究する際に数学書はさることながら物理に関する書物も読み物理的背景に触れる事も重要である。これらの研究結果を論文にまとめる作業が必要であるが、研究集会の発表などで大学から離れる事も多く、しばしば論文作成の作業を諦めなくてはならない時がある。このため、携帯できるノートパソコンを切望する。