

(別紙様式 1)

平成 15 年度東北大学 21 世紀 COE 特別研究奨励費 研究活動結果報告書

21 世紀 COE 抱点リーダー

鈴木 厚人 殿

(ふりがな) 氏 名	よしかわ しゅうじ 吉 川 周 二	所 属	資格 (いづれかを囲む)
		数学専攻	COE フェロー <input checked="" type="checkbox"/> 博士課程
研究課題名	流体力学に現れる非線形偏微分方程式の調和解析的手法による研究		
研究指導者	所 属 部 局	職 名	氏 名
	理学研究科・数学専攻	教授	堤 誉志雄

## 研究活動結果の概要

研究計画調書に記載した研究目的及び実施計画に対し、その結果・実績について具体的に記載すること。

形状記憶合金の振動運動を表す非線形連立偏微分方程式の研究を行ってきた。

非線形偏微分方程式の分野においては解の具体的表示をえることができることはめったにない。しかし具体的に解をあらわすことができなくても、その解が大体どのような性質をもつかを調べることはできることがある。その際にまず必要なのが対象の方程式が解をちゃんともち、その解がただ一つだけであるということ(解の存在と一意性)である。一般に波を表す方程式においては、熱拡散を表す方程式のように、その解が運動を始める初期状態より滑らかになることは期待できない。そのためどのくらい粗い(滑らかでない)データに対して解の存在や一意性を証明することができるのか、という問題は現在さかんに研究されている。解の存在や一意性の問題を考えいく際には、調和解析的手法が非常に有効である。その代表的な例の一つとして挙げられるものに、Strichartz評価がある。これは簡単にいうと、振動を形でみると粗くても、平均をとることによってある種の平滑化を得ることができるということを評価式にしたものである。この評価を用いることによって、形状記憶合金のFalk modelと呼ばれる方程式に対して、エネルギークラスと呼ばれる既存の結果より粗い初期値に対しての解の存在と一意性を示した。そしてこの結果を論文にまとめ12月に投稿した。

次に知りたいのは研究調書で述べたとおり、その解の挙動である。Falk modelについての解の挙動については、Springer社の文献“Hysteresis and Phase Transitions”にも記されている通り現在も完全にOpenな状況である。この問題を考える上で、私はBourgainの方法に注目している。これはよりある種の精密な評価を得ることにより解の上限を指数的なものでなく多項式的なものにすることができるというものである。この評価をえることによって波動の増大度がより低く抑えられ、温度の分布が一様になるということがわかるのではないかと考えている。

形状記憶合金の面白い性質に Hysteresis と呼ばれるものがある。この性質は物理変数の不連續的な変化の現象を表すものであり数学的には多値作用素を用いてあらわすことができる。この問題にも興味をもっている。Hysteresis 付形状記憶合金モデル方程式の解の存在と一意性は Aiki and Kenmochi (2003)によって得られているが、ここでは非常に大きな内部粘性の仮定を課しており、この条件の不自然さはこの論文の中にも記されている。実はこの仮定を外すと必要になる評価が複素 Ginzburg-Landau 方程式に対しての Maximal Regularity 評価である。これについてはすでにある程度の結果をえることができている。この結果については、より発展(例えば3次元などの場合について)させて、発表したいと考えている。

このように、研究調書における計画とは若干違った方法を用いたものとはなったが、一定の成果をえることができた。

## 研究発表

(学術雑誌に15年度中に発表または掲載決定したもの、  
および15年度中の学会等での本人の発表)

### 論文

- [1] Shuji Yoshikawa, "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys in energy class", (投稿中).

### 紀要および講演発表

- [2] Shuji Yoshikawa, "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys", Workshop on Harmonic Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations. Suuri-Kaiseki Kenkyuusyo Koukyuuroku.

### 講演発表

- [3] Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys in energy class"応用数学セミナー, 東北大学, 2003年5月.

- [4] 形状記憶合金のFalk model systemのエネルギークラスにおける弱解", 第55回学習院大学スペクトル理論セミナー, 学習院大学, 2003年5月.

- [5] "Weak solution for the Falk model system of shepe memory alloys in energy class", 日本数学会秋季総合分科会, 千葉大学, 2003年9月.

- [6] "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys in energy class", 若手発展方程式待兼山セミナー, 大阪大学, 2003年10月.

- [7] "Solvability for some systems describing dynamics of shape memory materials", 第五回北東数学解析研究会, 北海道大学, 2004年2月