

(別紙様式1)

平成15年度東北大学21世紀COE特別研究奨励費 研究活動結果報告書

21世紀COE拠点リーダー

鈴木 厚人 殿

(ふりがな) 氏 名	あかほり たかふみ	所 属	資格 (いずれかを囲む)
	赤 堀 公 史	数学 専攻	COE フェロー・ <u>博士課程</u>
研究課題名	非線形偏微分方程式に対するエネルギー移送現象の解析		
研究指導者	所 属 部 局	職 名	氏 名
	理学研究科・数学専攻	教授	堤 誉志雄

## 研究活動結果の概要

研究計画調書に記載した研究目的及び実施計画に対し、その結果・実績について具体的に記載すること。

湯川型相互作用を持つ波動-シュレディンガー方程式(以後 WS と呼ぶ)について、空間 4 次元における爆発解の存在証明、エネルギークラスより広いクラスにおける初期値問題のブルガンノルムに拠らない大域解の存在証明、そして散乱問題について考えた。

まず、爆発解については、2次元のサハロフ方程式(以後 2D-Z と呼ぶ)に対する爆発解の結果が応用できると考え、この方向で証明を試みた。しかし、2次元と4次元の空間次元の違いが、証明の応用を破綻させた。これを改善する手段はまだ見つかっていないが、それだけに大変興味深い問題である。この研究については今後も継続して取り組んでいきたい。

質量項付きの WS、つまりクライン-ゴールドン-シュレディンガー方程式(以後 KGS と呼ぶ。)のエネルギー空間での散乱にも興味を持ち取り組んだ。散乱理論の一般論から肯定的な結果が期待できるのは4次元以上の場合である。そこで4次元の場合について考えた。これに対して、入射波の  $L^2$ -ノルムが十分小さければ、エネルギー散乱を記述できることを示した。この結果はかなり制限されたように見えるが、 $L^2$ -ノルムがある程度大きい時は定常波解の存在が知られている事や、上で述べたように爆発解の存在も予想されるため、自然な設定である。この証明の鍵は4次元の KGS が(スケーリングの議論はできないものの) $L^2$ -臨界の場合に相当することであり、そのため初期値の  $L^2$ -ノルムが十分小さければ、ずっと小さいままである事にある。これにより解が時空大域的に可積分性を持つ事が示せ、散乱の結果が従う。この結果は  $L^2$ -ノルムが十分小さいことから推測できるように、本質的には線形の構造だけに拠っている。そのため証明としても、一般の方程式に対して知られた方法の適用の域を出られなかった。今後の課題としては非線形性に対する評価が本質的な場合、つまり KGS 独自の性質を見出し、考えていきたい。

最後に、ブルガンノルムに拠らない証明は、爆発解の存在証明や散乱問題に時間をかけた為、あまり考えることができなかった。高次元の時は、ブルガン空間とストリッカーツ型の空間がほぼ同様な空間となるという予想があり、さらにブルガン空間は時空  $L^2$ -型の空間であり、大域的な挙動を考えるのには適していないため、この問題は、困難は予想されるが大変興味深いと思われる。今後の課題としてじっくり考えていきたい。

研究発表

(学術雑誌に 15 年度中に発表または掲載決定したもの、  
および 15 年度中の学会等での本人の発表)

赤堀 公史, Global solutions below the energy class, 数理解析研究所講究録 1347, 24-43 (2003).

赤堀 公史, Global Solutions below the energy class, 変文法とその周辺, 京都数理解析研究所, 2003 年 6 月.

赤堀 公史, Global solutions of the Klein-Gordon-Schrodinger system with rough data, 広島大学数理解析セミナー, 2003 年 7 月.

赤堀 公史, Global solutions of the wave-Schrodinger system with rough data, 若手発展方程式待兼山セミナー, 大阪大学, 2003 年 10 月.

赤堀 公史, Global solutions of the wave-Schrodinger system with rough data, 学習院大学スペクトル理論セミナー, 2003 年 12 月.

赤堀 公史, Global solutions of the wave-Schrodinger system with rough data, 第 5 回北東数学解析研究集会, 北海道大学, 2003 年 2 月.