

(別紙様式 1)

平成 15 年度東北大学 21 世紀 COE 特別研究奨励費 研究活動結果報告書

21 世紀 COE 拠点リーダー

鈴木 厚人 殿

(ふりがな) 氏 名	おかべ しんや 岡 部 真 也	所 属	資格 (いずれかを囲む)
		数学専攻	COE フェロー・ <small>博士課程</small>
研究課題名	ある束縛条件に従う閉曲線の弾性エネルギーに対する勾配流の ダイナミクス		
研究指導者	所 属 部 局	職 名	氏 名
	理学研究科・数学専攻	教授	高木 泉

## 研究活動結果の概要

研究計画調書に記載した研究目的及び実施計画に対し、その結果・実績について具体的に記載すること。

本研究の目的は、平面内にあるピアノ線のような弾性体でできた閉曲線が水圧のような一様な圧力の下で、曲げエネルギーを最も減らすように、変形していく運動の過程を解明することである。数学的には次のような問題として考えることができる。

平面内の閉曲線で周長があらかじめ与えられたものを考える。このような閉曲線の曲率の平方積分にそれが囲む面積を加えたようなエネルギー汎函数に対する勾配流を構成し、その大域的挙動を解明する。

勾配流方程式が時間に関して大域的に解けること、さらにはその解が対応する定常問題の解に収束することは証明することができた。しかし、この定常問題の解は一意ではなく、それぞれの安定性・不安定性も不明であるため、勾配流の大域的挙動の解明には至つてない。そこで、定常問題の解の安定性・不安定性を示すことを目的とした渡部宏太郎氏と共同研究を行った。(この定常解が橙円函数を用いて表示されることが渡部氏によって示されている。) この第二変分がエネルギー汎函数に対して第二変分公式を導出した。この第二変分が符号を調べることによって、解の安定性・不安定性を決定することができる。

しかし、この第二変分には解の表示に現れる橙円函数が含まれているなど、複雑な形をしている。それゆえに、どの方向に動かしたときに不安定化を起こすかを調べることは容易ではない。結果として、現在まだ定常解の安定性・不安定性の解明には至っていない。

しかし、解の不安定性を判定するために有効であると思われる評価式を得ることとはできた。安定な解の存在については既に示されているので、もし、この評価式を用いて不安定な解を決定することができなければ、勾配流のダイナミクスの解明に近づくものと考えられる。

研究発表

(学術雑誌に 15 年度中に発表または掲載決定したもの、  
および 15 年度中の学会等での本人の発表)

- 平成 15 年 9 月 27 日  
日本数学会 2003 年度秋季総合分科会 函数方程式論分科会  
題目「一様な圧力をうける弾性閉曲線の運動」
- 平成 15 年 10 月 7 日  
盛岡応用数学会小研究集会  
題目「一様な圧力をうける弾性閉曲線の運動」
- 平成 16 年 2 月 23 日  
北東数学解析研究会 (ポスターセッション)  
題目「The motion of an elastic curve under uniform pressure」