

東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻

21世紀 COE 拠点形成プログラム

「物質階層融合科学の構築」

平成15年度リサーチ・アシスタント (RA) 研究報告書

氏名	水原 柳一郎
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科数学専攻
学年	博士課程後期3年の課程3年
指導教官	千原 浩之
研究題目	分散型偏微分方程式の初期値問題
I. 研究発表（学術雑誌に15年度中に発表または掲載決定したもの、および15年度中の学会等での本人の発表）	
4階分散型方程式の初期値問題の適切性 2003年度偏微分方程式集中セミナー 兵庫県城崎郡城崎町 城崎大会議館 2003年8月7日	

II. 研究活動結果の概要

分散型偏微分方程式の初期値問題、特に 1 次元空間における高階方程式の初期値問題の適切性について研究した。

伝播速度が有限でない現象を記述する偏微分方程式の初期値問題が分散型、即ち時間正負の両向きに関して適切(一意可解)となるためには、低階項はどのような条件を満たさなければならないか。方程式が 2 階、即ち Schrodinger 方程式の場合、この問題に対する第一の解答として「初期値問題の適切性は、方程式の主要部から定まる Hamilton 流に沿った 1 階項の大域的な挙動によって制御される」という考え方があげられる。

Tarama(1998)は、1 次元ユークリッド空間においては前述の考え方が 3 階方程式に対しても有効であることに着目して、1 階項つき複素数値線型化 KdV 方程式が分散型となるための必要十分条件を与えた。

私は Tarama の結果をふまえて、高階分散型方程式を特徴づける問題に興味を持った。即ち、主要部から定まる Hamilton 流に沿った低階項の挙動と、対応する初期値問題の適切性との関係を、方程式や空間を一般化することによってより明らかにしたいと考え、研究の出発点として以下のことを行った。

- (a) 1 次元ユークリッド空間上の 3 階方程式が L^2 空間の枠組で分散型となるための、低階項に対する必要十分条件を求めた。
- (b) 1 次元ユークリッド空間上の 4 階方程式が L^2 空間の枠組で分散型となるための低階項に対する十分条件を与えた。また、この条件が特別な場合には必要条件にもなっていることを示した。
- (c) 1 次元トーラス上の 3 階方程式が L^2 空間の枠組で分散型となるための低階項に対する必要十分条件を求めた。
- (d) 1 次元トーラス上の 4 階方程式が L^2 空間の枠組で分散型となるための低階項に対する必要十分条件を求めた。

十分性の証明には、擬微分作用素による方程式の変換及び古典的エネルギー法が用いられる。また必要性の証明はエネルギー不等式を満たさない漸近解を構成することによってなされる。

今年度は主に(b)で得られた十分条件が必要であるか否かの検討に取り組んだ。漸近解の構成をどの Hamilton 流に沿って行うか、いわば Hamilton 流の選び方が議論の鍵であるということがわかったものの、完全な解答には至らなかった。現在、(a)、(b)、(c)、(d)の結果を論文 The initial value problem for third and fourth order dispersive equations in one space dimension としてまとめている。