

東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻

21世紀 COE 拠点形成プログラム

「物質階層融合科学の構築」

平成15年度リサーチ・アシスタント (RA) 研究報告書

氏名	小泉 英介
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科 数学 専攻
学年	博士課程後期3年の課程 3年
指導教官	清水 悟
研究題目	グラウエルトチューブに関する研究
I. 研究発表（学術雑誌に15年度中に発表または掲載決定したもの、および15年度中の学会等での本人の発表）	
□頭発表	
[1] 小泉英介, CR structure on the boundary of Grauert tube, 日本数学会 2003年度年会函数論分科会, 東京大学, 2003年3月23-26日	
[2] 小泉英介, CR structure on the boundary of Grauert tubes, 第42回多変数関数論サマーセミナー, 雲仙福田屋, 2003年8月2-5日	
[3] 小泉英介, Grauert tube に現れる CR 多様体について 第2回多変数関数論の萌芽的研究, 京都大学, 2003年11月17-20日	
紀要	
[1] 小泉英介, CR manifolds in Grauert tubes, 数理解析講究録 1314 (2003), 51-54	

II. 研究活動結果の概要

グラウエルトチューブに関する研究を行った。グラウエルトチューブとは、コンパクト、あるいは等質リーマン多様体 (X, g) の接束の部分集合 $T^r X := \{v \in TX \mid g(v, v) < r^2\}$ ($0 < r < \infty$) 上に適合的複素構造と呼ばれる複素構造を入れた複素多様体である。

今年度の成果としては以下の2点が挙げられる。

- (1) RA の申請を行った際に成果として述べた結果を、リーマン幾何の言葉を使ってより良い表示に改良した。
- (2) (1) で得られた以外のセゲー核の特異性を求めるための準備を行った(現在も継続中)。

以下、詳しい内容を述べる。

(1) (X, g) を2次元コンパクト実解析的リーマン多様体、 $T^r X$ をグラウエルトチューブ、 $\Omega_\varepsilon := \{\rho < \varepsilon^2\}$ 、 $M_\varepsilon := \partial\Omega_\varepsilon$ とする。また、 $\theta := \iota^*(-i\partial\rho)$ (ι は M_ε のグラウエルトチューブへの埋めこみ) とする。このとき、体積形式 $\theta \wedge d\theta$ に関する Ω_ε におけるセゲー核 S は次の形をしていることが知られている:

$$S(z, \bar{z}) = \varphi(z)\rho_\varepsilon(z)^{-2} + \psi(z) \log \rho_\varepsilon(z),$$

ここで、 $\varphi, \psi \in C^\infty(\overline{\Omega_\varepsilon})$ 、 ρ_ε は Ω_ε の定義関数で、 Ω_ε 内で $\rho_\varepsilon > 0$ をみたく。このとき、 ψ の M_ε 上での値 ψ_0 は $\varepsilon \rightarrow +0$ のとき以下の展開を持つ:

$$\psi_0 = \sum_{l=0}^L F_l^\psi(U) \varepsilon^{2l} + O(\varepsilon^{2(L+1)}) \quad \text{for all } L \geq 0.$$

特に、

$$F_0^\psi = -\frac{1}{120\pi^2} \left\{ \nabla^2 k + \frac{1}{2} (\Delta k) g \right\} (U, U)$$

となる。ここで、 k はスカラー曲率、 Δ はラプラシアン、 $U \in SX := \{V \in TX \mid g(V, V) = 1\}$ である。特に、 $\{ \}$ 内の $(2, 0)$ -テンソルは、 k のラプラシアンの trace-free part になっている点が注目すべきところである。

(2) 具体的には φ を求めることであるが、そのための準備として、 ρ の表示を座標変換により、Moser の標準形とよばれる形に変形した。 φ の値を求めることや、高次元化については次年度以降の課題である。