東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻
２１世紀 COE 拠点形成プログラム
「物質階層融合科学の構築」
平成１５年度リサーチ・アシスタント（RA）研究報告書

氏名	石田 弘隆
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科数学専攻
学年	博士課程後期３年の課程２年
指導教官	尾形 庄悦
研究題目	不正則数１の極小一般型曲面のモジュライ空間について

I. 研究発表（学術雑誌に 15 年度中に発表または掲載決定したもの、および 15 年度中の学会等での本人の発表）

- Catanese-Ciliberto surfaces of fiber genus three with unique singular fiber
  (Tohoku Mathematical Journal 投稿中)

- A note on surfaces of general type with p g=q=1
  （代数曲線束の局所不変量の研究, 京都大学数理解析研究所, 2003 年 6 月）

- 楕円曲線上のある相対４次曲線族について
  （2003 年度秋季総合分科, 千葉大学, 2003 年 9 月）

- A note on certain fibration of curves of genus two
  （京都大学代数幾何セミナー, 京都大学, 11 月 7 日）

- Catanese-Ciliberto surfaces with only one singular fiber
  (International Symposium on Recent Advances In Mathematics and its Applications, Calcutta Mathematical Society, 2003 年 12 月）

- 種数 2 の曲線束を持つ種数 1, 不正則数 1 の一般型曲面について
  （射影多様体 / 代数多様体の射影幾何 3+代数曲線, 早稲田大学, 2004 年 1 月）

- 種数 2 の曲線束を持つ種数 1, 不正則数 1 の一般型曲面の存在について
  （2004 年度年会, 筑波大学, 2004 年 3 月）

II. 研究活動結果の概要

S を不正則数 $q := H^1(S, \mathcal{O}_S) = 1$ なる極小一般型曲面とする. S のアルバネーゼ写像 $\alpha\colon S \to \mathrm{Alb}(S) = A$ は不正則数1であることから A は楕円曲線となり, α により楕円曲線上の曲線束の構造を持つ. 私の研究の目的は, $q = 1$ なる極小一般型曲面の α による楕円曲線上の曲線束の構造を調べることである. 種数 $p_g = H^2(S, \mathcal{O}_S)$, 標準因子 K_S の自己交点数 $K_S{}^2$, α の一般ファイバーの種数 g を固定して研究を行うが, 現在は $p_g = 1$ のときを研究している. slope 不等式 $K_S^2/p_g \geq 4(g-1)/g$ が成り立つので, $p_g, K_S{}^2, g$ の値が制限される. しかし, $K_S^2 \geq 4$ とすると, この不等式は自明となる. 極小一般型曲面のモジュライ空間は存在するので, g の上限が存在する. slope 不等式を満たしても存在しないこともある. また, 上限だけでなく下限も問題となる. 特に, Xiao 氏により $p_g = q = 1, g = 2$ となる曲面は $2 \leq K_S^2 \leq 6$ を満たし, $4 \geq K_S^2$ なる曲面は存在するが, $K_S^2 = 5, 6$ となる曲面の存在は分かっていない. つまり, $p_g = q = 1, K_S^2 = 5, 6$ のときの下限は知られていない. このように, $p_g, K_S{}^2, g$ の値を固定したとき, その値を不変量に持つ $q = 1$ なる極小一般型曲面の存在が分かっていないものは多い.

$g = 2, K_S^2 = 2, 3$ のとき, Catanese 氏と Ciliberto 氏の研究により曲面の詳細な構造がわかっている. これらの曲面の存在は構造定理を元に構成することにより示されている. また, $g = 2, K^2 = 4$ となる曲面は存在のみは確かめられている.

今期の研究では, $g = 2, K^2 = 4, 5, 6$ のとき曲面を詳細に調べ, 構造定理を得た. これまでと大きく違うところは, $g = 2, K_S^2 = 2, 3$ のときは曲面の構造は一意的に定まるが, $g = 2, K^2 = 4, 5, 6$ のときは構造が一意的に定まらない. 従って, ただ存在することを示すだけではなく, 全ての構造に関してその構造を持つ曲面の存在性が問題となる. 実際には $g = 2, K^2 = 4, 5$ に関しては各構造に対して曲面を構成した. $K_S^2 = 6$ のときは構造定理は与えることは出来たが, 存在性については今後の課題である. さらに, 各構造に対して, その構造を持つ曲面のモジュライ空間の次元や詳しい構造を研究したいと思う. この研究を推し進めたところ, $g = 2, K^2 = 5$ のときにおいても, 特異ファイバーの本数は一般に7本であるが, 特異ファイバーを6本しか持たない退化した曲面の存在を示した. 今期の研究の内容は, 京都大学の代数幾何セミナーと早稲田大学での射影多様体/代数多様体の射影幾何3+代数曲線において発表した. また, 学会の2004年度年会においても発表する予定である.