東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻
２１世紀 COE 拠点形成プログラム
「物質階層融合科学の構築」
平成１５年度リサーチ・アシスタント（RA）研究報告書

氏名	吉川 周二
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科　　数学専攻
学年	博士課程後期３年の課程　　　１年
指導教官	堤 誉志雄 教授
研究題目	形状記憶合金の Falk model system における調和解析的手法を用いた研究

I. 研究発表（学術雑誌に 15 年度中に発表または掲載決定したもの、および 15 年度中の学会等での本人の発表）

論文

[1] Shuji Yoshikawa, "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys in energy class", (投稿中).

紀要および講演発表

[2] Shuji Yoshikawa, "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys", Workshop on Harmonic Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations. Suuri-Kaiseki Kenkyuusyo Koukyuuroku.

講演発表

[3] "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys in energy class" 応用数学セミナー, 東北大学, 2003年5月.

[4] "形状記憶合金のFalk model systemのエネルギークラスにおける弱解", 第５５回学習院大学スペクトル理論セミナー, 学習院大学, 2003年5月.

[5] "Weak solution for the Falk model system of shepe memory alloys in energy class", 日本数学会秋季総合分科会, 千葉大学, 2003 年 9 月.

[6] "Weak solution for the Falk model system of shape memory alloys in energy class", 若手発展方程式待兼山セミナー, 大阪大学, 2003 年 10 月.

[7] "Solvability for some systems describing dynamics of shape memory materials", 第五回北東数学解析研究集会, 北海道大学, 2004 年 2 月

II. 研究活動結果の概要

形状記憶合金の振動運動を表す非線形連立偏微分方程式の研究を行っている。以下平成15年度に行った研究について箇条書きにして述べる。2、3の項目については現在研究中であり、まだ完全な結果がえられているわけではないことに注意したい。

1. 非線形偏微分方程式の分野においては解の具体的表示をえることができることはめったにない。しかし具体的に解をあらわすことができなくても、その解が大体どのような性質をもつのかを調べることはできることがある。その際にまず必要なのが対象の方程式が解をちゃんともち、その解がただ一つだけであるということ(解の存在と一意性)である。
一般に波を表す方程式においては、熱拡散を表す方程式のように、その解が運動を始める初期状態より滑らかになることは期待できない。そのためどのくらい粗い(滑らかでない)データに対して解の存在や一意性を証明することができるのか、という問題は現在さかんに研究されている。
解の存在や一意性の問題を考えていく際には、調和解析的手法が非常に有効である。その代表的な例の一つとして挙げられるものに、Strichartz評価がある。これは簡単にいうと、振動を形でみると粗くても、平均をとることによってある種の平滑化を得ることができるということを評価式にしたものである。
この評価を用いることによって、形状記憶合金のFalk modelと呼ばれる方程式に対して、エネルギークラスと呼ばれる既存の結果より粗い初期値に対しての解の存在と一意性を示した。そしてこの結果を論文にまとめ12月に投稿した。

2. 次に知りたいのは上で示した解の挙動である。Falk modelについての解の挙動については、Springer社の文献"Hysteresis and Phase Transitions"にも記されている通り現在も完全にOpenな状況である。この問題を考える上で、私はBourgainの方法に注目している。これはよりある種の精密な評価を得ることにより解の上限を指数的なものでなく多項式的なものにすることができるというものである。この評価をえることによって波動の増大度がより低く抑えられ、温度の分布が一様になるということがわかるのではないかと思われる。

3. 形状記憶合金の面白い性質にHysteresisと呼ばれるものがある。この性質は不連続的なものであり数学的には多価作用素を用いてあらわすことができる。この問題にも興味をもっている。Hysteresis付形状記憶合金モデル方程式の解の存在と一意性はAiki and Kenmochi (2003)によって得られているが、ここでは非常に大きな内部粘性の仮定を課しており、この条件の不自然さはこの論文の中にも記されている。実はこの仮定を外すと必要になる評価が複素Ginzburg-Landau方程式に対してのMaximal Regularity評価である。これについてはある程度評価をえることができた。この結果については、より発展(例えば3次元などの場合について)させて、発表したいと考えている。

以上が私の平成15年度に行ってきた研究の概略である。