

東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻

21世紀 COE 拠点形成プログラム

「物質階層融合科学の構築」

平成15年度リサーチ・アシスタント (RA) 研究報告書

氏名	山形紗恵子
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科 数学 専攻
学年	博士課程後期3年の課程 1 年
指導教官	藤原耕二
研究題目	Artin 群の CAT(0)空間に対する作用
I. 研究発表（学術雑誌に15年度中に発表または掲載決定したもの、および15年度中の学会等での本人の発表） 「Artin 群の CAT(0) 空間への作用について」 幾何学セミナー、東北大学、15年4月	

II. 研究活動結果の概要

群の構造は、純粋に代数的に解析するという方法の他に、幾何学的な立場から分析するという方法がある。ここで、群構造を幾何学的な立場から分析する、というのは、それぞれの群に対してその群がうまく作用するように空間をとり、その空間への群作用によって群の構造を明らかにするということである。その際、それぞれの群作用に適した空間をとるところが難しいのであるが、そこがおもしろいところでもある。

群作用と相性がよい空間の例としては、CAT(0)空間と Gromov の双曲空間があげられる。私の研究は、これらの空間を用いて幾何学的な立場から群の構造を分析することである。

CAT(0)空間にある条件を持って作用する群には、CAT(0)次元というものを定義することができる。つまり、その群が作用する、ある条件を満たす CAT(0)空間がいくつかあるとき、それらの被覆次元の中で最小のものをその群の CAT(0)次元とするのである。また、群には、幾何学的次元という次元の概念がむかしからある。その幾何学的次元とは、その群がある条件の下で作用するような、ある条件を満たす空間がいくつかあるとき、それらの被覆次元の中で最小なもののことである。これらの定義から、CAT(0)次元は幾何学的次元以上であることが従う。また、CAT(0)次元と幾何学的次元が等しい群の例もたくさんあり、よく知られている。また、CAT(0)次元と幾何学的次元の差が 1 である群の例も知られている。しかし、これらの 2 つの次元の差が 2 以上でかつ有限である群の例は、まだわかっていない。従って、私はそのような群の例を見つけようと考え、研究していた。具体的には、それら 2 つの次元の差が 1 である Artin 群どうしの直積をうまくとることではまず差が 2 である群が作れるのではないかと考えていた。

ところが、群の直積の CAT(0)空間への作用に関する定理はいくつかあるのだが、それらの定理の設定では条件が強すぎ、私が考えている Artin 群どうしの直積の、CAT(0)空間への作用については、それらの定理をそのまま適用することはできない。従って、まずはそれらの定理を自分が考えている設定で使えるように拡張したいと考え研究していた。

また、曲率が 0 である空間と曲率が負である空間（負曲率空間）では、負曲率空間で成り立つことも曲率が 0 である空間では成り立たないことが多い。その 2 つの空間の違いを群作用を利用して考えるという方向でも研究をしていた。

具体的には Artin 群と同様、CAT(0)空間にうまく作用する Coxeter 群を用いて研究をしていた。この Coxeter 群は CAT(0)空間となる、ある単体複体にうまく作用する。その単体複体の構造は知られているが、それと、負曲率空間である Gromov の双曲空間の構造とを比較して考えるという方向の研究では知られている結果があまりない。しかし、同じような方向での研究、つまり、Gromov の双曲空間で成り立つ定理を、CAT(0)空間に拡張するというような方向の研究は Coxeter 群以外の群では多くの結果がある。従って、Gromov の双曲空間で成り立っている定理を拡張して、Coxeter 群が作用する上のような単体複体の設定でも同じような定理が成り立ちそうだという予想を立て、研究をしていた。