

東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻

21世紀 COE 拠点形成プログラム

「物質階層融合科学の構築」

平成15年度リサーチ・アシスタント (RA) 研究報告書

氏名	鈴木 香奈子
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科 数学 専攻
学年	博士課程後期3年の課程 1年
指導教官	高木 泉
研究題目	ある反応拡散方程式系に対する解の大域的挙動
I. 研究発表 (学術雑誌に15年度中に発表または掲載決定したもの、および15年度中の学会等での本人の発表)	
● 日本数学会 2004年度年会(2004年3月28日(日)から3月31日(水)) 講演題目「Gierer-Meinhardt 型常微分方程式系の全解軌道の分類」	

II. 研究活動結果の概要

申請者は現在、化学反応系におけるパターン形成や生物の形態形成のモデルとして重要な役割を果たしている反応拡散系の一つ、ギーラー・メインハルト系の解の大域的挙動を詳しく解明することを研究目的としている。ギーラー・メインハルト系は、二つの未知関数（活性因子 $A(x,t)$ と抑制因子 $H(x,t)$ ）に関する半線形連立放物型偏微分方程式である。この研究の大きな第一歩として、拡散のない場合の解の大域的挙動に関して Wei-Ming Ni 教授と共同研究を行い、明らかになった結果を以下に報告する。

扱う方程式系は、ギーラー・メインハルト系から拡散項を除いた常微分方程式系で、かつ活性因子の生産項が定数を含まない場合である。非線型項に現れる4つの指数には満たすべき条件があり、この条件の下で4つの指数間の関係は Case I から Case III まで3つの場合に分けられる。このとき抑制因子の反応時定数の大きさによって、解は3つの場合それぞれでまったく異なる大域的挙動を見せることがわかった。

解の挙動は、次のように分けられる：① 平衡点に収束する、② 0 に収束する、③ 周期軌道になる、④ 爆発する。まずは時間変数 t が正の方向に増大するときの解の挙動を、Case I から Case III それぞれについて、抑制因子の反応時定数によって場合わけをし、すべて解明することができた。Case I から Case III において、ある場合には、同じ反応時定数に対して、初期値のとり方により、例えば周期解と 0 に収束する解が存在するなど、異なる挙動をする解が共存していることがわかった。爆発する解については、Case I から Case III のうちのただひとつの場合でしか起こり得ず、しかも爆発は必ず有限時間で起こることがわかった。

さらに、時間変数 t が正の方向に増大するときと同様に、負の方向に増大するときの解の挙動も反応時定数によって場合わけをし、すべて解明した。これにより、反応時定数の場合分けは t が正の方向に増大するときのものよりさらに細かくなり、すべての解の大域的挙動、どこから来てどこへ行くのかがより精密に分類された。

今までに得られた結果を、2004年度日本数学会年会で報告する。

この結果とここで用いた手法は、拡散のある場合に解がどのように振舞うかを考察するとき、大変役立つものである。

また、申請者は離散化された反応拡散系の解の挙動を研究することにも興味がある。そのため、まずは現在の研究対象であるギーラー・メインハルト系を空間一次元、二次元で離散化し、実際に計算機を用いて数値的に解いた。方程式に含まれるパラメータの値、時間刻み巾などを変えて、さまざまな状況下で数値解を求め、解の挙動についてのデータを蓄積した。このデータは連続問題の解の挙動を解析する際、予想を立てるための手がかりになると期待される。