

東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻

21世紀 COE 拠点形成プログラム

「物質階層融合科学の構築」

平成15年度リサーチ・アシスタント (RA) 研究報告書

氏名	岡部 真也
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科 数学 専攻
学年	博士課程後期3年の課程 1 年
指導教官	高木 泉
研究題目	ある束縛条件に従う閉曲線の弾性エネルギーに対する勾配流のダイナミクス.
I. 研究発表 (学術雑誌に15年度中に発表または掲載決定したもの、および15年度中の学会等での本人の発表)	
・平成15年9月27日 日本数学会2003年度秋季総合分科会 函数方程式論分科会 題目 「一様な圧力をうける弾性閉曲線の運動」	
・平成15年10月7日 盛岡応用数学小研究集会 題目 「一様な圧力をうける弾性閉曲線の運動」	
・平成16年2月23日 北東数学解析研究会 (ポスターセッション) 題目 「The motion of an elastic curve under uniform pressure」	

II. 研究活動結果の概要

本研究の目的は、平面内にあるピアノ線のような弾性体でできた閉曲線が水圧のような一様な圧力の下で、曲げエネルギーを最も減らすために、つまり平衡状態に近づくように変形していく運動の過程を解明することである。数学的には、次のような問題として考えることができる：

平面内の閉曲線で周長があらかじめ与えられたものを考える。このような閉曲線の曲率の平方積分にそれが囲む面積を加えたようなエネルギー汎関数に対する勾配流を構成し、その大域的挙動を解明する。

勾配流方程式が時間に関して大域的に解けると、さらにその解が対応する定常問題の解に収束することは証明することができた。しかし、この定常問題の解は一意ではなく、それぞれの解の安定性・不安定性も不明であるため、大域的挙動の解明には至っていない。そこで、定常問題の解の安定性・不安定性を示すことを目的として渡辺宏太郎氏と共同研究を行った。(定常解が楕円関数を用いて表示されることが渡辺氏らによって示されている。) まず、問題のエネルギー汎関数に対して第二変分公式を導出した。この第二変分の符号を調べることで、解の安定性・不安定性を決定することができる。しかし、この第二変分には解の表示に現れる楕円関数が含まれているなど、複雑な形をしている。それゆえに、どの方向へ動かしたときに不安定化が起こるかを調べることは容易ではない。結果として、現在まだ定常解の安定性・不安定性の解明には至っていない。しかし、解の不安定性を判定するために有効であると思われる評価式を得ることはできた。安定な解の存在については既に示されているので、もし、この評価式を用いて不安定な解を決定することができれば、勾配流のダイナミクス解明に近づくものと考えている。