東北大学大学院理学研究科物理学専攻・数学専攻・天文学専攻
２１世紀COE拠点形成プログラム
「物質階層融合科学の構築」
平成１５年度リサーチ・アシスタント（RA）研究報告書

氏名	赤堀　公史
学籍番号	
専攻	東北大学大学院理学研究科　数学　　専攻
学年	博士課程後期３年の課程　　1　年
指導教官	堤　誉志雄
研究題目	非線形偏微分方程式に対するエネルギー移送現象の解析

I. 研究発表（学術雑誌に 15 年度中に発表または掲載決定したもの、および 15 年度中の学会等での本人の発表）

赤堀 公史, Global solutions below the energy class, 数理解析研究所講究録 1347, 24-43 (2003)

赤堀 公史, Global Solutions below the energy class, 変文法とその周辺, 京都数理解析研究所, 6 月.

赤堀 公史, Global solutions of the Klein-Gordon-Schrodinger system with rough data, 広島大学数理解析セミナー, 7 月

赤堀 公史, Global solutions of the wave-Schrodinger system with rough data, 若手発展方程式待兼山セミナー, 大阪大学, 10 月.

赤堀 公史, Global solutions of the wave-Schrodinger system with rough data, 学習院大学スペクトル理論セミナー, 12 月.

赤堀　公史, Global solutions of the wave-Schrodinger system with rough data, 第 5 回北東数学解析研究集会, 北海道大学, 2 月

II. 研究活動結果の概要

湯川型相互作用を持つ波動-シュレディンガー方程式(以後 WS と呼ぶ)について考えてきた。

まず、これまで取り組んできたWSの初期値問題の大域的可解性の直接の応用により、冪型の非線形項を持つ波動方程式に対し、大域的可解性の従う初期値のクラスが既に知られていた結果より改善できることが分かった。(しかし、あまりに直接の結果であるし、シャープな結果でもないので発表していない。)

私が最も興味をもって取り組んだのは空間4次元のWSである。この場合は、非相対論的極限方程式がよく知られたハートリー型シュレディンガー方程式(以後HSと呼ぶ)であることに着目し、そこからWSの解の性質を予想し証明することを試みた。特に爆発解の存在を予想し、取り組んできた。HS の場合はヴィリアル恒等式が爆発解の存在を示す強力な手段であるが、WSの場合にはそのような有効な等式は知られていない。WSに対しても、HSと同様の計算により、類似の等式を導けるが、そこからは爆発解の存在は証明できない。これはヴィリアル恒等式が擬等角変換と関係があることを考えれば、それに関する不変性を持たない WS に適用できないことは当然なことである。一方で2次元のサハロフ方程式(以後2D-Z と呼ぶ)に対する爆発解の結果が応用できると考え、この方向で証明を試みた。しかし、2次元と4次元の空間次元の違いが反映し、簡単には応用できなかった。この研究については今後も継続して取り組んでいきたい。

また、質量項つきのWS、つまりクライン-ゴールドン-シュレディンガー方程式(以後KGSと呼ぶ。)のエネルギー空間での散乱にも興味を持ち取り組んだ。散乱理論の一般論から肯定的な結果が期待できるのは 4 次元以上の場合である。そこで4次元の場合について考えた。これに対して、入射波の L^{2}-ノルムが十分小さければ、エネルギー散乱を記述できることを示した。この結果はかなり制限されたように見えるが、L^{2}-ノルムがある程度大きい時は定常波解の存在が知られている事や、上で述べたように爆発解の存在も予想されるため、自然な設定である。この証明の鍵は4次元のKGSが(スケーリングの議論はできないものの)L^{2}-臨界の場合に相当することにあり、そのため初期値のL^{2}-ノルムが十分小さければ、ずっと小さいままである事にある。これにより解が時空大域的に可積分性を持つ事が示せ、散乱の結果が従う。この結果は L^{2}-ノルムが十分小さいことからも推測できるように、本質的には線形の構造だけに拠っている。そのため証明としても、一般の方程式に対して知れた方法の適用の域を出られなかった。今後の課題としては非線形性に対する評価が本質的な場合、つまりKGS独自の性質を見出し、考えていきたい。