

The 21 Century COE Project
Exploring New Science by Bridging Particle-Matter Hierarchy

Short-term Foreign Researchers
Research Report

Name: Francisco Urbano

Affiliation: University of Granada, spain

Host Researcher in Tohoku University: Katsuei Kenmotsu

Your Stay Period in Japan: From 13 Feb to 18 Feb 2004

Title of Research in Japan:

Willmare Functional in CP

---- Notes ----

Please write a research report of one or more pages and submit it with this cover to your host researcher till the end of this March.

Urbano 教授の仙台における研究内容は、(1) 2次元複素射影平面 CP^2 内の曲面に関する Willmore 汎関数の停留曲面について招聘者と研究討議を行ったことと、(2) 招聘者が組織した2月17, 18日の両日に開催された国際研究集会: Sendai Submanifolds 2004 で招待講演者として球面内の極小ルジャンドリアン部分多様体の安定性についての講演を行ったことである。(1) について: (M^n, g) を n 次元リーマン多様体, Σ を実2次元コンパクトリーマン面, $\Phi: \Sigma \rightarrow M^n$ をはめ込みとする. Φ の誘導計量に関する積分 $W(\Phi) = \int_{\Sigma} (|H|^2 + \bar{K}) dA$ を Willmore 汎関数という, ここで H ははめ込みの平均曲率ベクトル場, $\bar{K}$ は外側の空間の曲率テンソル $\bar{R}$ から定まるスカラーである. 外側の空間が実空間形の場合は種々の結果が知られている. Urbano は外側の空間が向き付け可能な4次元リーマン多様体の場合, 定曲率空間でなくとも興味ある研究ができることを明らかにした. それは, 4次元の特殊性を利用して, Willmore 汎関数 $W(\Phi)$ を $W(\Phi) = (W^+(\Phi) + W^-(\Phi))/2$ と分解する, 但し, ここで, $\bar{K}^\perp$ を4次元であることから一意的に定まる正規直交系 $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ に関する $\bar{R}$ の値であるとするとき, $W^+(\Phi) = \int_{\Sigma} (|H|^2 + \bar{K} - \bar{K}^\perp) dA$, $W^-(\Phi) = \int_{\Sigma} (|H|^2 + \bar{K} + \bar{K}^\perp) dA$ である. このとき, 注目すべきことは, このようにして定義された $W^+(\Phi), W^-(\Phi)$ が共形不変量であることである. 特に, 外側空間が CP^2 の場合, C をはめ込み Φ のケーラー関数とすると, $W^+(\Phi) = \int_{\Sigma} (|H|^2 + 6C^2) dA$, $W^-(\Phi) = \int_{\Sigma} (|H|^2 + 2) dA$ となる. 特に, $W^-(\Phi)$ はケーラー関数に依存しないので興味深い. T^2 を CP^2 内のクリフォード・トーラスとすると, $W^-(\Phi) = 8\pi^2/3\sqrt{3}$ が成り立つ. Urbano は一般のトーラスから CP^2 へのはめ込みに対して, 不等式 $W^-(\Phi) \geq 8\pi^2/3\sqrt{3}$ が成り立ち, 等号はクリフォード・トーラスの場合のみであろうという予想を提出し, 我々はこの問題に対し種々議論した.(2) について: $2n+1$ 次元単位球面内の n 次元コンパクト部分多様体 M^n がルジャンドルのとは S^{2n+1} の接触形式の M^n への制限がゼロとなることである. この講演で Urbano は部分多様体が極小ルジャンドルのの場合に, まずそのような部分多様体の錘面を考えるとそれは R^{2n+2} 内の特殊ラグランジアン部分多様体となることから, このような部分多様体研究の重要性を指摘したあと, 彼自身の最近の研究成果であるそのような部分多様体の指数と退化次数を下から評価した不等式を説明した. 外側の空間が5次元の場合には指数の最小値は8で, かつそ等号が成り立つような曲面を全て決めており, この結果は会場の参加者の注目を集め講演終了後活発な意見の交換があった.

Workshop: Submanifolds Sendai 2004

February 17(Tuesday)-18(Wednesday), 2004

Support : · The 21st century COE project 「Exploring New Science by Bridging Particle-Matter Hierarchy」 Faculty of Science, Tohoku University,
· Grant-in-Aid for Scientific Research, JSPS

Place : 数学教室 (Mathematical Institute) 518号室

Organizer : Katsuei Kenmotsu, Tohoku University

	17 日 (Tuesday)	18 日 (Wednesday)
Program :	09:30 ~ 10:30	Ohnita Nishikawa
	11:00 ~ 12:00	Urbano Mashimo
	13:30 ~ 14:30	Salavessa Kamberov
	15:00 ~ 16:00	Tasaki Koiso
	16:30 ~ 17:30	Nagasawa
	17:30 ~ 19:00	Reception (Sushi and Sake)

Titles :

Yoshihiro Ohnita (Tokyo Metropolitan University)
Hamiltonian stability of symmetric Lagrangian submanifolds

Francisco Urbano (University of Granada)
Second variation of minimal Legendrian submanifolds in spheres

Isabel M. C. Salavessa (Technical University of Lisbon)
Angles and minimal submanifolds

Hiroyuki Tasaki (Tsukuba University)
Integral geometry of submanifolds in Riemannian symmetric spaces

Takeyuki Nagasawa (Saitama University)
Stability analysis of Helfrich surfaces via asymptotic formulae of Clebsch-Gordan coefficients

Seiki Nishikawa (Tohoku University)
Harmonic maps into complex Finsler manifolds and the Hartshorne conjecture

Katsuya Mashimo (Tokyo University of Agriculture and Technology)
CR-submanifolds in S^6

George Kamberov (Stevens Institute of Technology)
Geometry and topology of discrete surfaces in R^3

Norihito Koiso (Osaka University)
A variational problem on submanifolds in general dimensions